08.12.23 математика 1ст

Тема: «Применение производной к исследованию функций и построению их графиков»

f(x)	f/ (x)
C - const	0
x	1
Kx + b	k
x^2	2x
x^3	$3x^2$
x^n	$n * x^{n-1}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
sin x	cosx
cosx	- sinx
e^x	e^x
a^x	$a^x * \ln a$
lna	$\frac{1}{x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x * \ln a}$
tgx	$\frac{1}{\cos^2 x}$
ctgx	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

По образцу выполнить задание :

Построить график функции y = x - $\frac{1}{x}$

■ Пример 2. Найдем промежутки возрастания (убывания) и построим график функции $f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$.

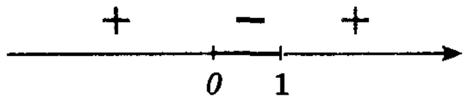
Область определения данной функции — объединение промежутков $(-\infty; 0)$ и $(0; \infty)$; $f'(x) = 2 - \frac{2}{x^3}$; $f'(x) = 0$ при $x = 1$. Точки 0 и 1 разбивают область определения функции на три интервала $(-\infty; 0)$, $(0; 1)$ и $(1; \infty)$. По замечанию 2 в каждом из них f' сохраняет постоянный знак. Знак производной в каждом из этих интервалов отмечен на рисунке 102, *а*.

Следовательно, данная функция возрастает на интервалах $(-\infty; 0)$ и $(1; \infty)$. Поскольку f непрерывна в точке 1, то эту точку можно (в силу замечания 1) присоединить к промежутку, на котором функция f возрастает.

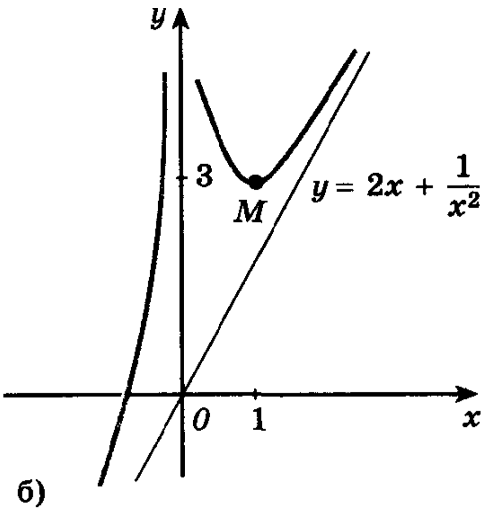
Окончательно получаем, что f возрастает на промежутках $(-\infty; 0)$ и $[1; \infty)$. Далее, $f'(x) < 0$ на интервале $(0; 1)$, и поэтому (с учетом замечания 1) f убывает на промежутке $(0; 1]$.

Точка 0 не входит в $D(f)$, однако при стремлении x к 0 слагаемое $\frac{1}{x^2}$ неограниченно возрастает. Поэтому и значения f неограниченно возрастают. В точке 1 функция принимает значение 3.

Отметим теперь на координатной плоскости точку $M(1; 3)$ и нарисуем проходящий через нее график функции, возрастающей на промежутках $(-\infty; 0)$ и $[1; \infty)$ и убывающей на промежутке $(0; 1]$ (рис. 102, *б*).



а)



б)

Рис. 102